PART3　２次不等式と２次関数のグラフ

例題

次の２次不等式を解け。

(1)　$x^2+x-2>0$　　(2)　$x^2-3x-2\geqq 0$

(3)　$3x^2-10x+3<0$　　(4)　$-x^2+x+1\geqq 0$

Point Pickup

練習

次の2次不等式を解け。

(1)　$x^2-7x+10>0$

(2)　$4x^2-5x-3<0$

(3)　$-x^2+4x+7\geqq 0$

(4)　$x^2\geqq 8$

第 7 講　PART3　確認問題

1　2 次不等式 $x^2-8x+15>0$ を解け。

$x<$ ア ，イ $<x$

2　2 次不等式 $4x^2+3x-2<0$ を解け。

$$\frac{-\boxed{ウ}-\sqrt{\boxed{エオ}}}{\boxed{カ}}<x<\frac{-\boxed{ウ}+\sqrt{\boxed{エオ}}}{\boxed{カ}}$$

3　2 次不等式 $-x^2-6x-2\geqq 0$ を解け。

$$-\boxed{キ}-\sqrt{\boxed{ク}}\leqq x\leqq -\boxed{キ}+\sqrt{\boxed{ク}}$$

4　2 次不等式 $x^2\geqq 12$ を解け。

$$x\leqq -\boxed{ケ}\sqrt{\boxed{コ}},\quad \boxed{ケ}\sqrt{\boxed{コ}}\leqq x$$

PART3　2 次不等式と 2 次関数のグラフ

例題

次の 2 次不等式を解け。

(1)　$x^2+x-2>0$　　(2)　$x^2-3x-2\geqq 0$

(3)　$3x^2-10x+3<0$　　(4)　$-x^2+x+1\geqq 0$

(1)　$x^2+x-2=0$ を解くと $(x+2)(x-1)=0$　$x=-2,\ 1$

よって，不等式の解は $x<-2,\ 1<x$

(2)　$x^2-3x-2=0$ を解くと $x=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{2}$

よって，不等式の解は $x\leqq\dfrac{3-\sqrt{17}}{2},\ \dfrac{3+\sqrt{17}}{2}\leqq x$

(3)　$3x^2-10x+3=0$ を解くと $(3x-1)(x-3)=0$　$x=\dfrac{1}{3},\ 3$

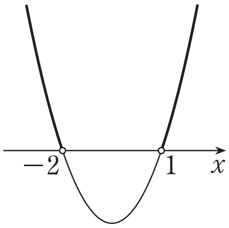
よって，不等式の解は $\dfrac{1}{3}<x<3$

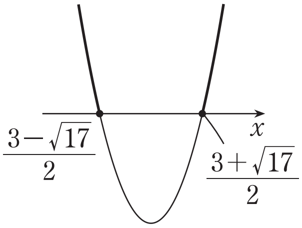
(4)　$-x^2+x+1\geqq 0$ の両辺に -1 をかけて　$x^2-x-1\leqq 0$

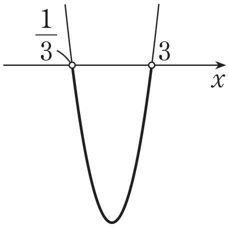
$x^2-x-1=0$ を解くと $x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

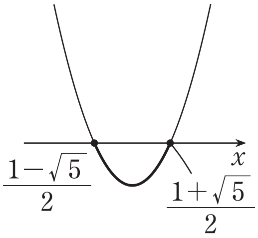
よって，不等式の解は $\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\leqq x\leqq\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

(参考図)

(1)


(2)


(3)


(4)


練習

次の 2 次不等式を解け。

(1)　$x^2-7x+10>0$　　(2)　$4x^2-5x-3<0$

(3)　$-x^2+4x+7\geqq 0$　　(4)　$x^2\geqq 8$

(1)　$x^2-7x+10>0$ より $(x-2)(x-5)>0$

よって，不等式の解は　$x<2,\ 5<x$

(2)　$4x^2-5x-3=0$ を解くと $x=\dfrac{5\pm\sqrt{73}}{8}$

よって，不等式の解は $\dfrac{5-\sqrt{73}}{8}<x<\dfrac{5+\sqrt{73}}{8}$

(3)　$-x^2+4x+7\geqq 0$ より $x^2-4x-7\leqq 0$

$x^2-4x-7=0$ を解くと $x=2\pm\sqrt{11}$

よって，不等式の解は $2-\sqrt{11}\leqq x\leqq 2+\sqrt{11}$

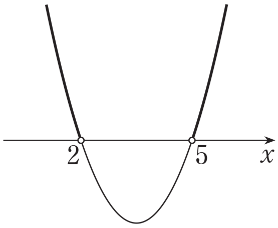
(4)　$x^2\geqq 8$ より $x^2-8\geqq 0$

$x^2-8=0$ を解くと $x^2=8$　　$x=\pm 2\sqrt{2}$

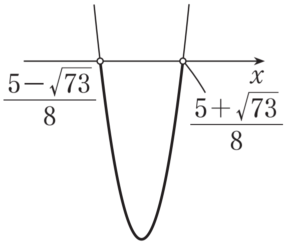
よって $x^2\geqq 8$ の解は $x\leqq -2\sqrt{2},\ 2\sqrt{2}\leqq x$

（参考図）

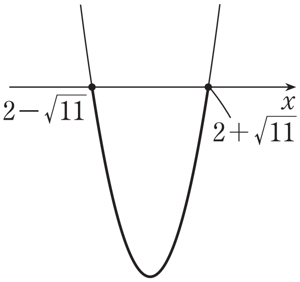
(1)



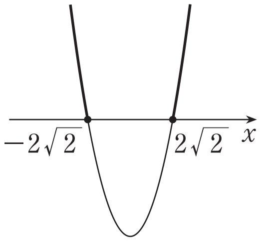
(2)



(3)



(4)



第 7 講　PART3　確認問題 解答

1

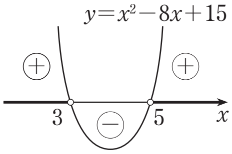
[正解] ア：3，イ：5

[解説]

$x^2-8x+15>0$　より　$(x-3)(x-5)>0$ [A]

よって，不等式の解は

$$x<3,\ 5<x$$



> [A]　2 次不等式は 2 次関数のグラフをかいて考える。
> 2 次関数 $y=ax^2+bx+c$　$(a>0)$ のグラフが x 軸と異なる 2 点で交わるとき，交点の x 座標を
> $x=\alpha,\ \beta$　$(\alpha<\beta)$ とすると，
> $ax^2+bx+c>0$ の解は，$x<\alpha,\ \beta<x$

2

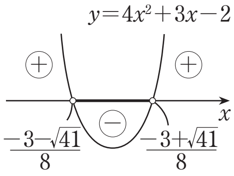
[正解] ウ：3，エオ：41，カ：8

[解説]

$4x^2+3x-2=0$ を解くと

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot4\cdot(-2)}}{2\cdot4}$$

$$=\frac{-3\pm\sqrt{41}}{8}$$



よって，不等式の解は

$$\frac{-3-\sqrt{41}}{8}<x<\frac{-3+\sqrt{41}}{8}$$ [B]

> [B]　2 次関数 $y=ax^2+bx+c$　$(a>0)$ のグラフが x 軸と異なる 2 点 $x=\alpha,\ \beta$　$(\alpha<\beta)$ で交わるとすると，
> $ax^2+bx+c<0$ の解は，$\alpha<x<\beta$

3

[正解] キ：3，ク：7

[解説]

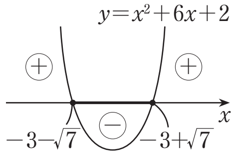
$-x^2-6x-2\geqq0$ の両辺に -1 をかけて

$x^2+6x+2\leqq0$

$x^2+6x+2=0$ を解くと

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-1\cdot2}}{1}$$

$$=-3\pm\sqrt{7}$$



よって，不等式の解は

$$-3-\sqrt{7}\leqq x\leqq-3+\sqrt{7}$$ [C]

> [C]　2 次関数 $y=ax^2+bx+c$　$(a>0)$ のグラフが x 軸と異なる 2 点 $x=\alpha,\ \beta$　$(\alpha<\beta)$ で交わるとすると，
> $ax^2+bx+c\leqq0$ の解は，$\alpha\leqq x\leqq\beta$

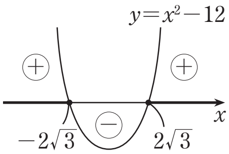
4 [正解] ケ：2，コ：3

[解説]

$x^2 \geqq 12$　より　$x^2-12 \geqq 0$

$x^2-12=0$ を解くと

$x^2=12$　　$x=\pm 2\sqrt{3}$



よって，不等式の解は

$\boldsymbol{x \leqq -2\sqrt{3}}$，$\boldsymbol{2\sqrt{3} \leqq x}$ [D]

[D]　2次関数 $y=ax^2+bx+c$（$a>0$）のグラフが x 軸と異なる2点 $x=\alpha$，β（$\alpha<\beta$）で交わるとすると，$ax^2+bx+c \geqq 0$ の解は，$x \leqq \alpha$，$\beta \leqq x$